

## ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертацию Литвинова Дмитрия Анатольевича «Математическое моделирование колебательных процессов на графе» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Трудности, возникающие при описании процессов в системах, имеющих сетеподобную структуру, связаны с топологией сети (коэффициенты возникающих уравнений предполагаются достаточно гладкими на ребрах). В тоже время численные методы для подобных задач находятся в стадии формирования, несмотря на имеющиеся глубокие и, во многом, законченные результаты, относящиеся к области качественной теории дифференциальных уравнений на графах. Отметим, что рассматриваемые в диссертационной работе математические модели имеют локализованные особенности не только во внутренних вершинах, но на ребрах графа, что приводит к трудностям, вызванными не только топологией сети, но потерей гладкости решения во внутренних точках ребер. Изучению таких моделей посвящена существенная часть диссертационной работы.

Обоснованность научных положений и выводов диссертационной работы обеспечивается: использованием отечественного и зарубежного опыта в решении задач, аналогичных представленным в диссертационной работе; корректным использованием в доказательствах полученных результатов методов теории математического моделирования колебательных процессов на геометрическом графе; сравнительным анализом теоретических выводов с результатами вычислительных экспериментов; публикациями соискателя в рецензируемых научных изданиях, в том числе в изданиях списка ВАК РФ и базы данных Scopus; докладами соискателя на всероссийских конференциях.

Формированию качественной теории дифференциальных уравнений на геометрических графах посвящено много работ, среди которых следует упомянуть работы Ю.В. Покорного, А.П. Хромова, В.В. Провоторова, О.М. Пенкина, В.Л. Прядиева, В.А. Юрко, А.В. Боровских, Ali-Mehmeti F., Lagnese J.E., Nicaise S., Rannacher R., Roth J.P. и других. В диссертационной работе предлагаются новые подходы прежде всего численного анализа математических моделей, основополагающим математическим объектом которых является система уравнений на графе.

Результаты работы содержат подробное исследование математических моделей деформаций и малых вынужденных колебаний растянутой сетки из струн с локализованными особенностями. Для этих моделей адаптирован метод конечных элементов и получена оценка погрешности метода.

Эффективность адаптированного метода подтверждается численными экспериментами на тестовых задачах.

Диссертационная работа содержит результаты и рекомендации, имеющие теоретическую и практическую значимость. Теоретическая и практическая

значимость математических моделей и методов исследования, предложенных в диссертационной работе, заключается в расширении множества известных моделей подобного типа в направлении использования пространств классических решений соответствующих начально-краевых задач и могут быть использованы в теоретических исследованиях начально-краевых задач для дифференциальных систем на геометрическом графе, описывающих сетку из струн с пружинами в граничных точках.

Разработаны эффективные численные методы для программного комплекса, позволяющего найти приближенные решения рассматриваемых математических моделей. Получены оценки близости приближенного решения, найденного с помощью адаптированного метода конечных элементов, к точному на геометрическом графе. Представлены результаты тестирования численных методов с применением ЭВМ на основе тестовых задач.

Диссертационная работа имеет внутреннее единство представляемого материала, что подтверждается системной структурированностью текста работы и последовательностью представления результатов, реализующих цель работы.

Диссертационная работа Литвинова Д. А. является самостоятельным исследованием, содержит совокупность новых научных результатов и положений, выдвигаемых автором для публичной защиты, является завершенной научно-квалификационной работой.

Диссертация выполнена на достаточно высоком научном и теоретическом уровне. Работа соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК Министерства образования и науки РФ, а ее автор, Литвинов Дмитрий Анатольевич, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Доктор физико-математических наук, доцент,  
математический факультет,  
кафедра математического анализа,  
заведующий  
«11» апреля 2022 года

С. А. Шабров

394018, Россия, Воронеж,  
Университетская пл., 1  
Тел.: +7(473)220-86-90,  
e-mail: [shabrov\\_s\\_a@math.vsu.ru](mailto:shabrov_s_a@math.vsu.ru)

